PRODUCTE VECTORIAL [el resultat és un vector]

DEFINICIÓ: Donats dos vectors de l'espai, $\vec{v}_1(x_1, y_1, z_1)$ $\vec{v}_2(x_2, y_2, z_2)$, definim el seu producte vectorial, $\vec{v}_1 \times \vec{v}_2$ com:

$$\vec{v}_1 \times \vec{v}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$$

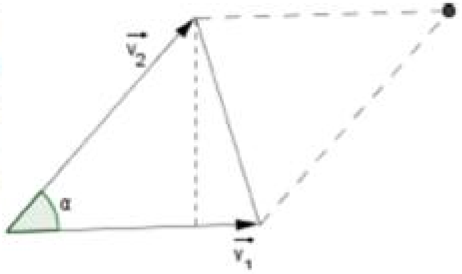
INTERPRETACIÓ GEOMÈTRICA: El producte vectorial de dos vectors dóna com a resultat un vector, determinat per:

- mòdul: $|\vec{v}_1 \times \vec{v}_2| = |\vec{v}_1| \cdot |\vec{v}_2| \cdot \sin\alpha$

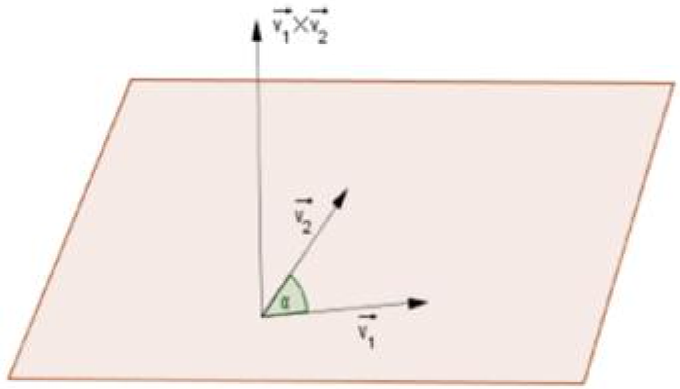
El mòdul del producte vectorial de dos vectors equival a l'àrea del paral.lelogram que determinen els dos vectors i al doble de l'àrea del triangle que determinen.

$S_{paral.lelogram} = |\vec{v}_1 \times \vec{v}_2|$

$S_{triangle} = \dfrac{1}{2}|\vec{v}_1 \times \vec{v}_2|$



- direcció: perpendicular comuna a $\vec{v}_1$ i a $\vec{v}_2$
- sentit: avanç d'un tirabuixó que giri de $\vec{v}_1$ cap a $\vec{v}_2$



PROPIETATS:

- si dos vectors són paral.lels, el seu producte vectorial val 0: $\vec{v}_1 \parallel \vec{v}_2 \rightarrow \vec{v}_1 \times \vec{v}_2 = 0$
- propietat anticonmutativa: $\vec{v}_1 \times \vec{v}_2 = -(\vec{v}_2 \times \vec{v}_1)$
- propietat distributiva respecte de la suma de vectors: $\vec{v}_1 \times (\vec{v}_2 + \vec{v}_3) = \vec{v}_1 \times \vec{v}_2 + \vec{v}_1 \times \vec{v}_3$
- propietat associativa respecte del producte per un escalar: $k(\vec{v}_1 \times \vec{v}_2) = (k\vec{v}_1) \times \vec{v}_2 = \vec{v}_1 \times (k\vec{v}_2)$