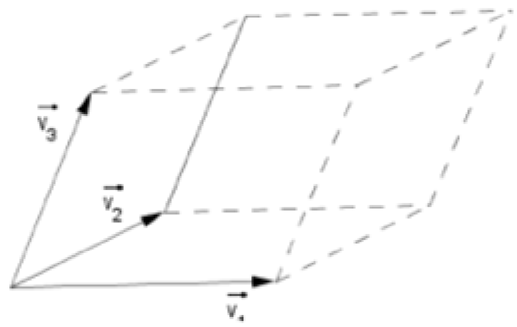
PRODUCTE MIXT [el resultat és un nombre real]

DEFINICIÓ: Donats tres vectors de l'espai, $\vec{v}_1(x_1,y_1,z_1)$ $\vec{v}_2(x_2,y_2,z_2)$ $\vec{v}_3(x_3,y_3,z_3)$, definim el seu producte mixt,

$\left[\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{v}_3\right]$ com: $[\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{v}_3] = \vec{v}_1\cdot(\vec{v}_2\times\vec{v}_3)$; alternativament es pot arribar a l'expressió: $[\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{v}_3] = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$

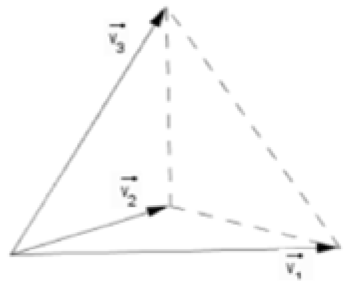
INTERPRETACIÓ GEOMÈTRICA: El producte mixt de tres vectors equival a:

-> volum del paral.lelepípede que determinen



$$V = \left[\vec{v}_1,\ \vec{v}_2,\ \vec{v}_3\right]$$

-> 6 vegades el volum del tetraedre que determinen



$$V = \frac{1}{6}\left[\vec{v}_1,\ \vec{v}_2,\ \vec{v}_3\right]$$

PROPIETATS:

- propietat conmutativa: $\vec{v}_1\cdot(\vec{v}_2\times\vec{v}_3) = \vec{v}_3\cdot(\vec{v}_1\times\vec{v}_2) = \vec{v}_2\cdot(\vec{v}_3\times\vec{v}_1)$
- propietat distributiva respecte de la suma de vectors: $\vec{v}_1\times(\vec{v}_2+\vec{v}_3) = \vec{v}_1\times\vec{v}_2+\vec{v}_1\times\vec{v}_3$
- propietat associativa respecte del producte per un escalar: $k(\vec{v}_1\times\vec{v}_2) = (k\vec{v}_1)\times\vec{v}_2 = \vec{v}_1\times(k\vec{v}_2)$