

• Angle entre dues rectes:

si les dues rectes es tallen, l'angle entre elles és el més petit dels angles que aquestes rectes formen en el pla que determinen.

si les dues rectes s'encreuen, l'angle entre elles és l'angle que determinen dues rectes secants paral·leles a aquestes rectes.

$$\begin{array}{l} r_1 : \vec{v}_1(a_1, b_1, c_1) \quad r_2 : \vec{v}_2(a_2, b_2, c_2) \\ f(r_1, r_2) = \arccos \left(\frac{|a_1 \cdot a_2 + b_1 \cdot b_2 + c_1 \cdot c_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}} \right) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{si } r_1 \parallel r_2 \rightarrow \vec{v}_1 = k \vec{v}_2 \rightarrow (a_1, b_1, c_1) = k(a_2, b_2, c_2) \\ \text{si } r_1 \perp r_2 \rightarrow \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = 0 \rightarrow a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2 = 0 \end{array}$$

• Angle entre dos plans:

l'angle entre dos plans secants és el més petit dels angles diedres que determinen

$$\begin{array}{l} p_1 : A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1 = 0 \quad p_2 : A_2 x + B_2 y + C_2 z + D_2 = 0 \\ f(p_1, p_2) = \arccos \left(\frac{|A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot B_2 + C_1 \cdot C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}} \right) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{si } p_1 \parallel p_2 \rightarrow \vec{n}_1 = k \vec{n}_2 \rightarrow (A_1, B_1, C_1) = k(A_2, B_2, C_2) \\ \text{si } p_1 \perp p_2 \rightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \rightarrow A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2 = 0 \end{array}$$

• Angle entre recta i pla:

l'angle entre una recta i un pla és l'angle entre la recta i la seva projecció sobre el pla

$$\begin{array}{l} p : Ax + By + Cz + D = 0 \quad r : \vec{v}(a, b, c) \\ f(p, r) = \arcsin \left(\frac{|a \cdot A + b \cdot B + c \cdot C|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \right) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{si } r \parallel p \rightarrow \vec{v} \cdot \vec{n} = 0 \rightarrow aA + bB + cC = 0 \\ \text{si } r \perp p \rightarrow \vec{v} = k \vec{n} \rightarrow (a, b, c) = k(A, B, C) \end{array}$$